

# Copules et applications

Jean-David Fermanian (ENSAE ParisTech)

Cours : 16 heures - TP : 0 heures

## Objectif

Ce cours étudiera la dépendance entre variables aléatoires via le concept de copules. Ces outils probabilistes, définis dans les années cinquante, ont été redécouverts il y a quelques années, et ont donné lieu depuis à une abondante production scientifique. Les praticiens eux-mêmes ne peuvent ignorer les copules, car la modélisation multivariée est désormais au cœur des problématiques financières. Mais du fait de leur généralité, les copules constituent un outil susceptible d'applications dans de nombreux autres domaines, notamment biologie, médecine, fiabilité etc. Nous introduirons certains concepts et mesures de dépendance, les principales familles de copules et certaines propriétés probabilistes associées. Nous nous intéresserons à l'inférence statistique des copules. Enfin, nous étudierons les applications des copules pour modéliser les risques joints, qu'ils soient des temps de défauts ou des rendements d'actifs.

## Plan

- Généralités sur les copules- Définitions de base: densité, copules de survie, théorème de Sklar. Bornes de Fréchet. Familles de copules classiques (Gaussienne, Student, Archimédiennes, Marshall-Olkin, etc). Méthodes de génération de nouvelles copules. Modèles de copules à facteurs. Mesures de dépendances : tail indicators, tau de Kendall etc.
- Statistique des copules- Estimation paramétrique et semi-paramétrique. Estimation non-paramétrique, copule empirique. Choix de la juste copule. Simulation de copules. Problèmes divers : test d'indépendance, bootstrap etc.
- Applications en gestion des risques-Dépendance entre facteurs de risques. Dépendance entre temps de défauts et valeurs d'actifs. Risques granulaires, risques opérationnels
- Applications en valorisation-Valorisation des CDO. Options exotiques sur plusieurs sous-jacents. Le problème de la « martingalité ».

## Références

- Cherubini, U. et Luciano, E. (2004). Copula Methods in Finance, Wiley.
- Fermanian, J-D., Radulovic, D. & Wegkamp, M. (2004). The weak convergence of empirical and smoothed empirical copula processes. Bernoulli, 847-860.
- Fermanian, J-D. (2005). Goodness-of-fit tests for copulas. J. Multivariate Anal., 95, 119-152.
- Genest, C., Ghoudi, K. & Rivest, L.P. (1993). A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions, Biometrika, 82, 543-552.
- Joe, H. (2001). Multivariate models and dependence concepts, Chapman & Hall.
- Luciano E. et Marena, M. (2002). Copulae as a new tool in financial modelling. Working paper.
- Nelsen, R. (2006). An introduction to copulas. Springer.
- Shi, J. & Louis, T. (1995). Inferences on the association parameter in copula models for bivariate survival data. Biometrics, 51, 1384-1399.