

Processus de Lévy et applications en finance

David Lefèvre (ENSTA ParisTech)

Cours : 15 heures

Objectif

Les études théoriques et empiriques montrent que pour l'évaluation d'options et surtout pour la gestion de risques, il est essentiel de prendre en compte la possibilité d'un mouvement quasi-instantané de grande amplitude (saut) dans le cours des actifs. Les processus de Lévy sont une classe de processus avec sauts à la fois assez riche pour décrire la réalité des marchés et assez simple pour permettre un traitement rigoureux et des calculs explicites.

Dans la première partie de ce cours, on donnera une introduction mathématique simplifiée aux processus de Lévy, aux mesures aléatoires de Poisson, qui sont les briques de construction de processus de Lévy, et aux bases du calcul stochastique pour les processus discontinus.

Dans la deuxième partie, on se focalisera sur les applications financières des processus de Lévy. On traitera non seulement la théorie d'évaluation d'options dans les modèles de Lévy, qui est déjà bien établie dans la littérature, mais également des sujets plus récents comme la gestion de risques avec des processus de Lévy.

Plan

- Introduction : motivations pour utiliser des processus discontinus en modélisation financière; exemples de processus de Lévy et de processus discontinus en général.
- Processus de Poisson et processus de Poisson composé. Mesures aléatoires de Poisson. Fonctions caractéristiques. Simulation de processus de Poisson composé. Exemples: modèle de Kou, modèle de Merton.
- Définition d'un processus de Lévy et exemples de processus de Lévy d'intensité de sauts infinie. Processus gamma et modèle variance gamma.
- Mesure de sauts et mesure de Lévy d'un processus de Lévy. Fonction caractéristique d'un processus de Lévy: formule de Lévy-Khintchine.
- Intégrales stochastiques par rapport aux mesures aléatoires de Poisson. Variation quadratique et formule d'Itô. Relation d'isométrie pour les intégrales stochastiques. Exponentielle de Doléans.
- Modèles exponentielle-Lévy. Changements de mesure pour les processus de Lévy et absence d'arbitrage dans les modèles exponentielle-Lévy. Incomplétude du marché.
- Méthodes de couverture en marché incomplet. Couverture quadratique dans les modèles avec sauts. Options européennes dans les modèles exp-Lévy. Evaluation d'options dans les modèles exp-Lévy par transformée de Fourier.

Références

R. Cont and P. Tankov, *Financial Modelling with Jump Processes*, Chapman & Hall, CRC Press, 2004.